

3er examen parcial

IMPORTANTE

Elige dos ejercicios a resolver (**obligatorios**). Si mandas los tres, indica cuál será el **punto extra** (valor 1 pt.); este será válido siempre el 50 % de los ejercicios obligatorios sean correctos.

1. Sobre el espacio $\mathbb{P}_3$ de polinomios de grado a lo más 3, con coeficientes en $\mathbb{R}$. ¿Cuál es la matriz que representa $\frac{d^2}{dt^2}$? Construye dicha matriz en la base canónica $\{1, x, x^2, x^3\}$. Determina la imagen y espacio nulo de la transformación⁽¹⁾. (2.5 pts.)
2. Sean H y K subespacios del espacio vectorial V . Prueba que la intersección $H \cap K$ es un subespacio vectorial de V (Véase la figura 1). Proporciona un ejemplo en $\mathbb{R}^2$ para mostrar que la unión $H \cup K$ de dos subespacios, no es un subespacio de V . (2.5 pts.)

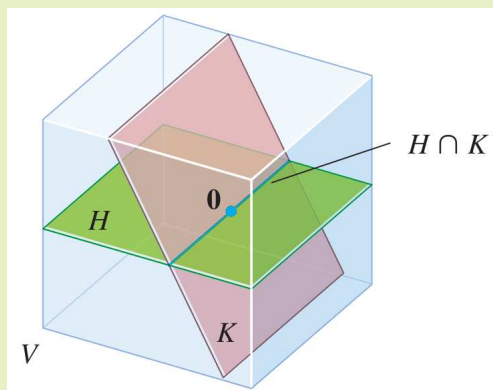


Figura 1

3. Los primeros cuatro polinomios de Hermite, son $\{1, 2x, -2+4x^2, -12x+8x^3\}$. Estos polinomios surgen naturalmente en el estudio de ciertas ecuaciones diferenciales en la Física- Matemática.⁽²⁾ Muestra que estos polinomios forman una base de $\mathbb{P}_3$. (2.5 pts.)

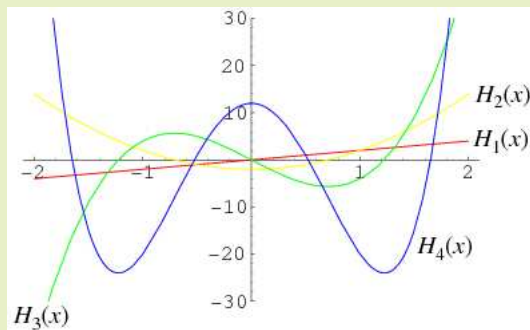


Figura 2: Polinomios de Hermite

⁽¹⁾(Sug. véase Strang, *Linear Algebra and its applications*. 4th Ed., Cap. 2 Secc. 2.6)

⁽²⁾(Para más información: Taylor, A. E. and Lay, D. C., *Introduction to Functional Analysis*. 2nd Ed. John Wiley & sons. New York, 1980, pp. 92-93.)