d) $3t^3 - t^2$ esta en $\mathrm{im}(L)$?

$L(at^3 + at^2 + ct + d) = 3t^3 - t^2$

tenemos que $(a-b)t^3 + (c-d)t = 3t^3 - t^2$

podemos escribir de la siguiente manera

$(a-b)t^3 + \emptyset t^2 + (c-d)t + \emptyset = 3t^3 - t^2 + \emptyset t + \emptyset$

$a - b = 3$
$0 = -1$
$t = \emptyset$

Con este sistema lineal el vector dado no tiene $\mathrm{im}(L)$.

e) Determina una base para el nucleo (L)

El vector $at^3 + at^2 + ct + d$

$L(at^3 + at^2 + ct + d) = 0$

es decir si $(a-b)t^3 + (c-d)t = 0$

entonces $a - b = 0$, $c - d = 0$ $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$

$x_1 = x_2$ y $x_3 = x_4$

$x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

el modelo de base para el nucleo (L)

es $\{x_2(t^3 + t), x_4(t_2 + t\ 1)\}$

$$F = \begin{pmatrix} 10 \\ 10.2 \\ 12 \end{pmatrix}$$

12 Sea $L : P_3 \to P_3$ la trasformacion lineal definida como

$$L(at^3 + bt^2 + ct + d) = (a-b)t^3 + (c-d)t$$

a) $t^3 + t^2 + t - 1$ es nucleo (L)?

$$L(t^3 + t^2 + t - 1) = (\cancel{1-1})^{\to 0} t^3 + (\cancel{1-(-1)})^{\to 2} t = 2t$$

Concluimos que $t^3 + t^2 + t - 1$ no es nucleo

b) $t^3 - t^2 + t - 1$ esta en nucleo (L)?

$$L(t^3 - t^2 + t - 1) = (\cancel{1-(-1)})^{\to 2} t^3 + (\cancel{1-(-1)})^{2} t = 4$$

Concluimos que $t^3 - t^2 + t - 1$ no es nucleo

c) ¿ $3t^3 + t$ es imagen(L)?

$$L(at^3 + bt^2 + ct + d) = 3t^3 + t$$

Como $L(at^3 + bt^2 + ct + d) = (a-b)t^3 + (c-d)t$ tenemos que:

$$(a-b)t^3 + (c-d)t = 3t^3 + t$$

podemos escribir del lado izquierdo

$$(a-b)t^3 + \varnothing t^2 + (c-d)t + \varnothing = 3t^3 + t$$

$$a - b = 3$$
$$c - d = 1$$

$\therefore$ Como podemos ver el sistema lineal tiene solucion, el vector dado es im(L

f) Determina una base para imagen(L)

todo Vector en imagen(L) es de forma

$(a-b)t^3 + (c-d)t$ de modo que los

Vectores t y 1 generan a $im(L)$, estos Vectores forman una base para $im(L)$ porque tambien son lineadmente independientes