

$$H = \begin{pmatrix} s \\ s \cdot 1 \\ 19 \end{pmatrix}$$

$$19 \cdot T: P_3 \rightarrow P_1 + (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3) = (a_1 + a_3)x - a_2$$

$$\textcircled{1} \quad T \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad T \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A_T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{2} \quad \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & -1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 1 & y \end{array} \right)$$

\therefore Como no tenemos una fila de 0's la imagen es $\text{Im}(T) = P_1$

$\textcircled{3}$ Nucleo

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & -1 & 0 & a_0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & a_1 x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 x^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 x^3 \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a_1 + a_3 = 0 \\ -a_2 = 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

\therefore podemos observar que el nucleo de T es un espacio generado $\text{Nuc}(T) = \text{Gen}\{1, x^3 - 1\}$

Vemos que $P(A) = \underline{2}$, y $V(A) = 4 - 2 = \underline{2}$