

$$v = \left\{ \begin{pmatrix} 9 \\ 9.1 \\ 42 \end{pmatrix} \right\}$$

a) Calcúlese un vector fijo de probabilidad para la matriz:

$$T = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b) ¿Es único este vector?

Resolvamos el sistema de ecuaciones $P\vec{x} = \vec{x}$, para

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Buscamos los vectores que pertenezcan al $\text{Ker}(P-I)$, esto es:

$$(P-I)\vec{x} = \vec{0}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tomamos el sistema de ecuaciones:

$$-\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{4}z = 0$$

Por lo tanto, un vector fijo de probabilidades de la matriz T es: $v = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

Como todas las entradas de T son positivas, entonces el vector v es único.