Solución al ejercicio $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10.3 \\ 7 \end{bmatrix}$ (**[6]**

7. Sea $L : P_1 \to P_3$ definida por $L[p(t)] = t^2p(t)$. Sean

$S = \{t, 1\}$ y $S' = \{t, t + 1\}$ bases para P_1. Sean

$T = \{t^3, t^2, t, 1\}$ y $T' = \{t^3, t^2 - 1, t, t + 1\}$ bases para P_3. Determine la matriz de L

con respecto a

(a) S y T **(b)** S' y T'

Solución (a) Tenemos

$L(t) = t^2 \cdot t = t^3 = 1(t^3) + 0(t^2) + 0(t) + 0(1)$, de modo que

$$[L(t)]_T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$L(1) = t^2 \cdot 1 = t^2 = 0(t^3) + 1(t^2) + 0(t) + 0(1),$

$$[L(1)]_T = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, la matriz de L con respecto a S y T es

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Solución (b) Tenemos

$S' = \{t, t + 1\} \qquad T' = \{t^3, t^2 - 1, t, t + 1\}$

$L[P(t)] = t^2 \cdot t = t^3 = 1(t^3) + 0(t^2-1) + 0(t) + 0(t+1)$, de modo que

$$[L(t)]_T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$L[t+1] = t^2 \cdot (t+1) = t^3 + t^2 = 1(t^3) + 1(t^2-1) + (-1)(t) + 1(t+1)$

$L[t+1] = t^3 + t^2 - 1 - t + t + 1 = t^3 + t^2$

$$[L(t+1)]_T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, la matriz de L con respecto a S' y T' es

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$