14) $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$; $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + y + z \\ y - 3z \end{pmatrix}$

Encuentre la representacion matricial A_T de la transformacion T
nu(T), Im(T), v(T) y p(T)

$T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $T\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

$A_T = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

Im $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & x \\ 0 & 1 & -3 & y \end{array}\right)$ → la matriz ya es triangular y ninguna fila es de puros ceros.

$\therefore \operatorname{Im}(T) = \mathbb{R}^2$

Como la matriz tiene 2 pivotes

$P(A) = 2$

$P(A) + V(A) = 2$

$V(A) = 2 - 2$

$V(A) = 0$

nu(T) $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \end{array}\right)$

$2x + y + z = 0$ → $z = -2x - y$

$y - 3z = 0$ → $y = 3z$

$\therefore \operatorname{nu}(T) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = -2x - y \cap y = 3z\}$

$\operatorname{Dim}(\operatorname{nu} T) = 1$