4.8.10

10. $(-1)^k, k(-1)^k, 5^k$; $y_{k+3} - 3y_{k+2} - 9y_{k+1} - 5y_k = 0$

Calcular y reducir la matriz Casorati para las señales $(-1)^k$, $k(-1)^k$, 5^k
$k=0$ por conveniencia.

$$\begin{bmatrix} (-1)^0 & 0(-1)^0 & 5^0 \\ (-1)^1 & 1(-1)^1 & 5^1 \\ (-1)^2 & 2(-1)^2 & 5^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Esta matriz es fila equivalente a la matriz identidad.
∴ es invertible por el Teorema de la matriz invertible.
∴ El conjunto de señales $\{(-1)^k, k(-1)^k, 5^k\}$ es linealmente independiente en S.
Las señales de este ejercicio indican que están en el conjunto de soluciones H de una ecuación de diferencia de tercer orden.
Según el Teorema (*), $H=3$
por lo que las tres señales L.I $(-1)^k$, $k(-1)^k$ y 5^k forman una base para H por el Teorema de base

Teorema (*)

El conjunto H de todas las soluciones de la ecuación de diferencia lineal homogénea de enésimo orden:

$$y_{k+n} + a_1 y_{k+n-1} + \cdots + a_{n-1} y_{k+1} + a_n y_k = 0 \quad \forall k$$

es un espacio vectorial n-dimensional.