3. Muestra que los siguientes conjuntos de vectores son linealmente independientes, de lo contrario escribe uno de los vectores como combinación lineal de los restantes.

(3.1) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \right\} \subset \mathbb{R}^2$

Sean x_1 y $x_2 \in \mathbb{R}$, tenemos que

$$x_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

lo cual es equivalente a las siguientes ecuaciones:

$$x_1 + x_2 = 0$$
$$2x_1 + 3x_2 = 0$$

esto es:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{\bar{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{0}$$

} sistema de ecuaciones lineales homogéneo

Escalonamos A:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \overset{F_2-2F_1}{\sim} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} x_2 = 0 \\ x_1 = -x_2 = -(0) = 0 \end{array}$$

Tenemos que $x_1 = x_2 = 0$

$\therefore$ Es linealmente independiente.