.3) $\{1-x, 1+x, x^2\} \subset \mathbb{P}_2(x)$

Sean c_1, c_2, c_3 escalares, veremos si son linealmente independientes

$$c_1(1-x)+c_2(1+x)+c_3(x^2)=0x^2+0x+0$$

$$c_1-c_1x+c_2+c_2x+c_3x^2=0x^2+0x+0$$

$$c_3x^2+(-c_1+c_2)x+(c_1+c_2)=0x^2+0x+0$$

A partir de aquí, obtenemos $c_3=0$

$$\left.\begin{array}{l} c_1=c_2 \\ c_1=-c_2 \end{array}\right\} c_1=c_2 \text{ y } c_1=-c_2 \Leftrightarrow c_1=0=c_2$$

entonces, $c_1=0,\ c_2=0,\ c_3=0$

$\therefore$ Son linealmente independientes

Ahora obtendremos

$$v=\alpha_1v_1+\alpha_2v_2+\dots+\alpha_nv_n$$

$c_3x^2+(-c_1+c_2)x+(c_1+c_2)=ax^2+bx+c$ como consecuencia obtenemos

$c_3=a$, $-c_2+c_3=b$, $c_2+c_3=c$

$$\begin{array}{r} -\cancel{c_2}+c_3=b \\ \cancel{c_2}+c_3=c \\ \hline 2c_3=b+c \\ c_3=\dfrac{b+c}{2} \end{array}$$

Sustituimos c_3

$$c_2+c_3=c$$

$$c_2+\frac{b+c}{2}=c$$

$$c_2=c-\left(\frac{b+c}{2}\right)$$

$\therefore$ Los vectores generan a $\mathbb{P}_2$

$\therefore$ Son una base del espacio vectorial